

MODALITÄTEN IN DER SPRACHE DER QUANTENMECHANIK

Ideen von O.Becker und R.Carnap
in der heutigen Grundlagenforschung der Physik

Franz J.Burghardt
Institut für Theoretische Physik der Universität zu Köln

Köln 1981

Unter Modallogik, die besonders in den letzten 20 Jahren in zunehmendem Maße das Interesse von Mathematikern, Sprachforschern und Philosophen fand, versteht man ein Teilgebiet der Logik bzw. Wissenschaftstheorie, in dessen Rahmen Sprachen untersucht und miteinander verglichen werden, die modale Begriffe wie "möglich", "notwendig", "unmöglich", "kontingent" u.ä. enthalten.

In der Sprache der modernen Physik, nämlich bei der Betrachtung von Mikrosystemen in der Quantenmechanik, spielen solche modalen Begriffe eine zentrale Rolle, da die Beschreibung eines quantenmechanischen Systems S durch einen Zustand α grundsätzlich unvollständig ist, d.h.: Die Annahme, α könne jeder an S meßbaren Größe (Observable) eindeutig einen Wert zuordnen - dies war in der klassischen Physik selbstverständlich -, führt entweder zu Widersprüchen innerhalb der Theorie als mathematischer Struktur oder zu Widersprüchen mit der Erfahrung. Aus diesem Grund wurden in jüngster Zeit in der Grundlagenforschung der Quantenmechanik Versuche unternommen, die von verschiedenen Modallogikern entwickelten Ideen (Modalkalküle, "possible world"-Semantik, Dialogsemantik u.ä.) zu berücksichtigen.

Im Mittelpunkt dieser Arbeit stehen die Forschungen von MITTELSTAEDT (Köln), VAN FRAASSEN (Toronto) und DALLA CHIARA (Florenz), die in unterschiedlicher Weise Modallogik und Quantenmechanik in Verbindung gebracht haben, wobei naturgemäß jeweils eine enge Beziehung zwischen einer modalen Sprache und der allgemein üblichen statistischen Interpretation der quantenmechanischen Formalismus angestrebt wurde. Zum besseren Verständnis der dabei benutzten Begriffe und Methoden ist eine kurze kritische Betrachtung der Entwicklung der Modallogik in diesem Jahrhundert nötig. Hierbei soll weniger der mathematisch-formale Gesichtspunkt in den Vordergrund gestellt werden, was an anderer Stelle bereits geschehen ist [21], vielmehr wird eine begriffliche Interpretation der Zusammenhänge versucht.

I. Zur Entwicklung der Modallogik

Weder die Ausführungen von ARISTOTELES [26] über den Begriff "notwendig" noch die "möglichen Welten" von LEIBNIZ [27] gaben Anstöße zu modallogischen Forschungen. Erst die Publikation der Principia Mathematica [1] 1910 gab die entscheidenden Impulse. Dabei müssen zwei grundsätzlich verschiedene Hauptströmungen in der Modallogik unterschieden werden: der objektsprachlich-axiomatische Ansatz und der metasprachlich-operative Ansatz.

I 1. Axiomatische Modallogik

LEWIS [2] kritisierte 1912 mit Recht die in der Principia Mathematica benutzte "materielle Implikation" \rightarrow , die - wie einige deduzierbare Formeln zeigten - keineswegs das in der Umgangssprache verwendete Wenn-dann wiedergab (vgl. [22], p. 215), und führte statt dessen eine sogenannte "strikte Implikation" \rightarrow ein. 1914 bevorzugte er die "Unmöglichkeit" als primitives Symbol in der Axiomatik, durch die die strikte Implikation definiert werden kann. Statt der Symbole \diamond bzw. \square für "möglich" bzw. "notwendig" wurden später auch u. a. M und ∇ bzw. N und Δ benutzt.

BECKER [5] bemühte sich 1930 als Schüler HUSSERLS um eine Klärung der modalen Begriffe aus phänomenologischer Sicht, wobei er auch von Ideen HEIDEGGERS [4] beeinflusst wurde; dieser Versuch einer philosophischen Deutung der Modalitäten erwies sich aber als unfruchtbar. Auch seine Diskussion der "realen Möglichkeit" war zu vage; BECKER versäumte es einfach - im Gegensatz zu CARNAP [7]! - konsequent die Bedeutung physikalischer Gesetze zu berücksichtigen. Interessant ist lediglich die von ihm aufgeworfene Frage, ob man die seinerzeit viel diskutierte intuitionistische Logik in der Form des HEYTINGschen Kalküls in einen "klassischen" Modalkalkül einbetten könne; dabei versteht man unter einem "klassischen" Modalkalkül den um modale Axiome erweiterten Kalkül der klassischen Aussagen- bzw. Prädikatenlogik. Diese Frage konnte 1932 von GÖDEL [6] positiv beantwortet werden.

Die Bücher von LEWIS - LANGFORD [4] 1932 und BECKER ¹⁰[5] 1952 untersuchten modale Beziehungen lediglich auf syntaktischer Ebene; eine mathematisch befriedigende Systematisierung der ständig wachsenden Zahl von Modalkalkülen konnten sie ebensowenig bieten wie eine philosophische Interpretation der rein formal definierten modalen Operatoren. Man konnte bestenfalls die eine oder andere als Axiom benutzte modale Formel "plausibel" machen. So wurde z.B. das Axiom

$$N\alpha \longrightarrow \alpha$$

mit "Wenn α notwendig ist, dann ist α wahr" übersetzt (unter grober Mißachtung einer unbedingt erforderlichen Unterscheidung verschiedener Sprachstufen!) und dieser umgangssprachliche Satz als "selbstverständlich" bezeichnet, oder man verwies bei seiner Begründung auf die Ausführungen von ARISTOTELES.

Einen entscheidenden Durchbruch erzielte 1963 KRIPKE [14] mit einer an TARSKI angelehnten "possible world"-Semantik. Es handelt sich dabei um die Konstruktion eines rein mathematischen Modells zu einem vorgegebenen Kalkül. Grundlage dieses Modells ist eine Menge (der "möglichen Welten"), auf der eine je nach Modell unterschiedliche Relation (die "Erreichbarkeitsrelation") definiert ist; eine Bewertungsfunktion ordnet schließlich jeder Formel in jeder "Welt" den Wahrheitswert wahr oder falsch zu. Obwohl dieses Verfahren nicht für alle bekannten Modalkalküle eine Semantik lieferte, bot sie doch den Mathematikern die Möglichkeit zu umfangreichen Untersuchungen ganzer Klassen von Kalkülen (vgl. RAUTENBERG [25]).

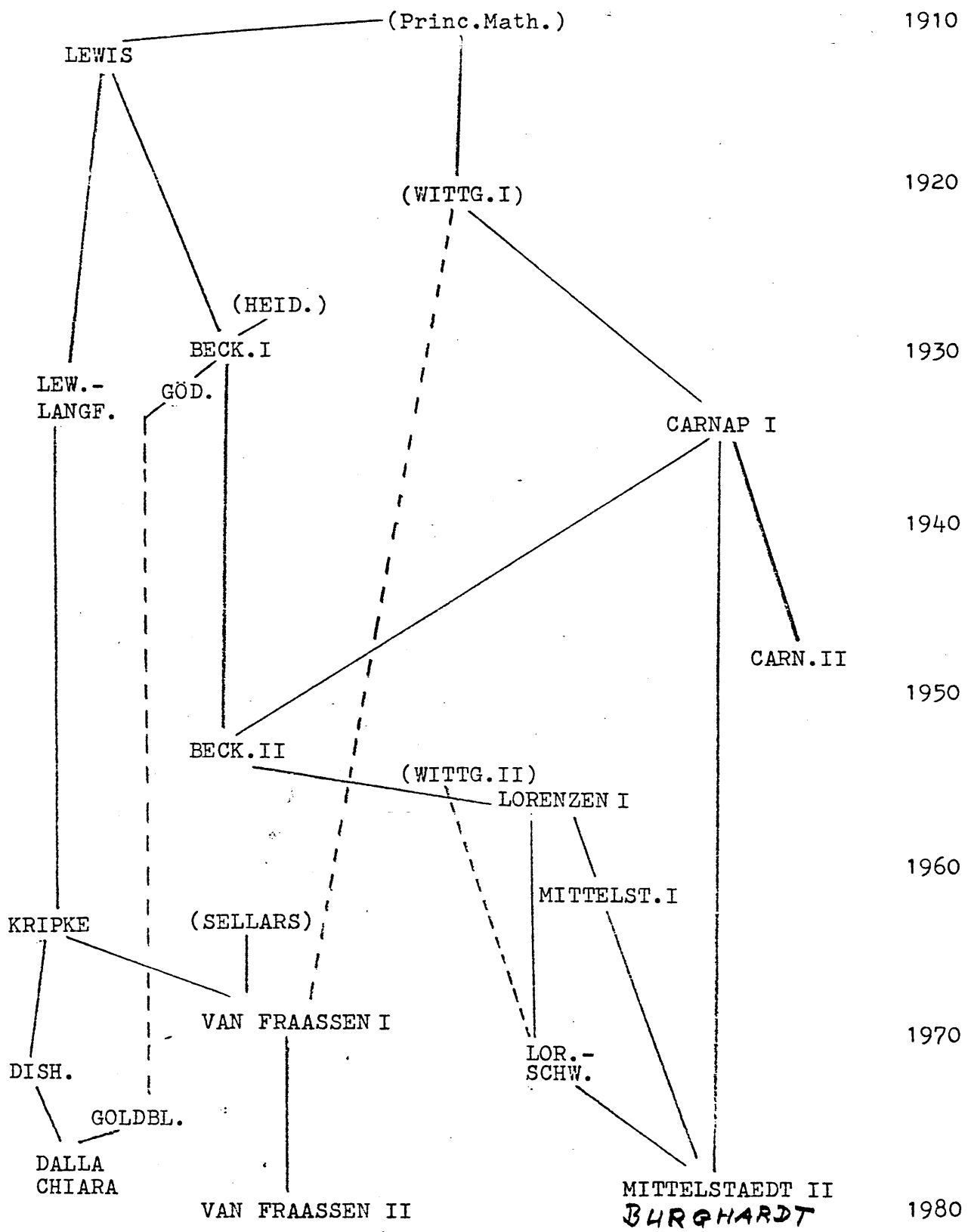
BECKER [5] wies schon 1952 darauf hin, "daß neben dem klassischen Modalkalkül auch andere 'unklassische' Kalküle denkbar sind, die sich als zweckmäßig erweisen können, wenn neue Problemgebiete erschlossen werden, die von der klassischen Struktur abweichen. So verwendet ja auch die theoretische Physik in der allgemeinen Relativitätstheorie die nichteuklidische Geometrie. Diesbezügliche Untersuchungen müssen der Zukunft überlassen bleiben."

Die Grundlagenforschung der Quantenmechanik gab nun tatsächlich Anlaß zur Entwicklung der sogen. "Quantenlogik" (vgl. [28]); diese ist in Bezug auf die intuitionistische Logik ebenso allgemeiner wie die intuitionistische in Bezug auf die klassische Logik.

Eine KRIPKE-ähnliche Semantik für die Quantenlogik wurde 1972 von DISHKANT [16] vorgeschlagen, doch die Einbettung (in der Art von GÖDEL [6]) der Quantenlogik in die Modallogik durch GOLD-BLATT [17] und DALLA CHIARA [19] führte wiederum auf klassische Modalkalküle. Die Arbeit von DALLA CHIARA wird in Kap. II näher betrachtet.

Die metasprachliche Modallogik, die im folgenden behandelt wird, führte dagegen auf einen nichtklassischen Modalkalkül.

6
6



Figur 1: Zur Entwicklung der Modallogik im 20. Jahrhundert (Erläuterungen im Text)

I 2. Modallogik mit Hilfe der Metasprache

Von der axiomatischen Modallogik grundsätzlich zu unterscheiden ist eine Betrachtung der Modalitäten aus metasprachlicher Sicht, die auf CARNAP [7] zurückgeht.

WITTGENSTEIN [3] hatte 1921 u.a. folgende Thesen vertreten:

- (1) "Der Satz kann die logische Form nicht darstellen, sie spiegelt sich in ihm. Was sich in der Sprache spiegelt, kann sie nicht darstellen. Was sich in der Sprache ausdrückt, können wir nicht durch sie ausdrücken. ... Was gezeigt werden kann, kann nicht gesagt werden. ... Es wäre ebenso unsinnig, dem Satz eine formale Eigenschaft zuzusprechen, als sie ihm abzusprechen." (Tract. 4.121 - 124)
- (2) "Der Satz ist eine Wahrheitsfunktion der Elementarsätze."
(Tract. 5)

Zur These (1) schreibt CARNAP 1934: "Es gibt (nach Wittgenstein) keine Sätze über Satzformen. Es gibt keine aussprechbare Syntax. Im Gegensatz hierzu hat unser Aufbau der Syntax gezeigt, daß sie korrekt formulierbar ist, daß es syntaktische Sätze gibt." Was bei CARNAP als "syntaktische Untersuchungen" bezeichnet wird, würde man heute "metasprachliche Untersuchungen" nennen.

Tatsächlich kann man CARNAPs Arbeit als einen Versuch verstehen, WITTGENSTEINs Meinung zu widerlegen, die (WITTGENSTEINsche Objekt-) Sprache sei als Wissenschaftssprache bereits vollständig - wie die Abbildtheorie des Tractatus zeigt -, und eine zugehörige Metasprache "zeige" sich nur in dieser Sprache, sie könne aber selbst nicht sprachlich formuliert werden.

Durch die von CARNAP aufgezeigte Möglichkeit, die Syntax, d.i. Metasprache, exakt formal sprachlich zu erfassen, läßt sich die Bedeutung seiner Arbeit auch folgendermaßen charakterisieren: Im Tractatus wird neben dem unaussprechlichen Mystischen - das nur zeigt, daß die Welt ist (Tract. 6.44, 6.522) - und der nur Tautologien, also "Nichts" zum Ausdruck bringenden Logik (incl. Mathematik; Tract. 5.43, 6.1) zwischen den Naturwissenschaften und der Philosophie unterschieden. Bei WITTGENSTEIN zeigen die "klar sagbaren" Sätze der Naturwissenschaften, wie die Welt ist (Tract. 4.11); Philosophie dagegen ist keine Lehre, sondern eine Tätigkeit. Das Resultat der Philosophie sind nicht philosophische Sätze, sondern das Klar-

werden von Sätzen (Tract.4.112); Philosophie soll nur das Denkbare bzw. das Klar-Sagbare abgrenzen, ist selbst aber nur erläuternder Unsinn. Nach CARNAP aber ist das, was man Philosophie genannt hat, ein "unentwirrbares Problemgemenge", an dessen Stelle Wissenschaftslogik zu treten hat. Darunter versteht er die "logische Analyse der Wissenschaft", als solche der einzig sinnvolle Teil der herkömmlichen Philosophie, die mit den syntaktischen Untersuchungen identisch ist ([7] p.203/259). Bei CARNAP wird demnach der "klärende Unsinn" des Tractatus, genannt Philosophie, ersetzt durch die exakt formulierbare, also wie die Naturwissenschaften klar sagbare Wissenschaftslogik.

Wenden wir uns nun den modallogischen Überlegungen CARNAPs zu.

Er behauptet, die von LEWIS vorgenommene Erweiterung der RUSSELLschen Sprache in der Principia Mathematica sei zwar nicht falsch, aber überflüssig, da die Metasprache, die auch zur Beschreibung der axiomatischen Modallogik nötig ist, bei exakter Formulierung bereits sowohl die Folgebeziehung als auch die Modalitäten auszudrücken gestattet ([7] p.196/199). Bevor wir CARNAPs Einführung der Modalitäten diskutieren, ist es sinnvoll, die eingangs zitierte These (2) von WITTGENSTEIN näher zu betrachten.

Der Satz 5 des Tractatus besagt, daß der Wahrheitswert eines Satzes eine Funktion der Wahrheitswerte seiner Bestandteile ist; d.h. ersetzt man in einem Satz S einen Teilsatz T_1 durch einen Teilsatz T_2 , der den gleichen Wahrheitswert wie T_1 hat, so ändert sich der Wahrheitswert von S nicht. Eine Sprache, deren Sätze diese Bedingung erfüllen, heißt extensional. So ist z.B. die von Wittgenstein im Tractatus aufgebaute Sprache per Konstruktion extensional. Dagegen ist z.B. eine Sprache, die den Satz "Karl sagt A" (nicht als Elementarsatz, sondern als zusammengesetzten Satz) enthält, nicht extensional; ersetzt man nämlich die Teilaussage A durch eine Aussage B mit dem gleichen Wahrheitswert wie A, so wird "Karl sagt B" falsch, da Karl eben nicht B, sondern A sagt. Sprachen mit solchen nicht-extensionalen Sätzen werden nach Carnap I auch intensional genannt; man spricht auch von extensionalen bzw. intensionalen Sätzen. Eine von Carnap aufgestellte Extensionalitätsthese besagt, daß sich "zu jeder vorgegebenen intensionalen Sprache S_1 eine extensionale Sprache S_2 derart konstruieren läßt, daß S_1 in S_2 übersetzbar ist". ([7], p.188; vgl. auch [29], wo die Extensionalitätsthese ausführlich kritisiert wird.)

Als Beispiele intensionaler Sätze, die in extensionale Sätze der Syntaxsprache übersetzt werden können - solche Sätze werden auch quasi-syntaktisch genannt - werden von CARNAP u.a. folgende Sätze der Modallogik aufgeführt ([7], p. 194 ; die dortige Numerierung wird übernommen):

Intensionale Sätze der Modalitätslogik		Extensionale Sätze der Syntaxsprache
(verbal)	(symbolisch)	
1a. A ist möglich	1b. $M(A)$	1c. ,A' ist nicht kontradiktorisch
2a. A ist unmöglich	2b. $U(A)$ $= \sim M(A)$	2c. ,A' ist kontradiktorisch
3a. A ist notwendig	3b. $N(A)$ $= \sim M(\sim A)$	3c. ,A' ist analytisch
4a. A ist zufällig	4b. $M(A) \wedge$ $\wedge M(\sim A)$	4c. ,A' ist synthetisch

(\sim steht für die Negation, \wedge für die Konjunktion.)

Leider fehlt bei CARNAP der Beweis für die Behauptung, daß die angegebenen extensionalen Sätze tatsächlich "Übersetzungen" im Sinne der Syntaxsprache ([7], §61) sind; auch ist die Intensionalität der Sätze 1a-4a keineswegs so leicht zu erkennen, wie CARNAP dies an Hand eines Beispiels zu zeigen versucht ([7], p. 194). Bei der Erklärung von 'kontradiktorisch', 'analytisch' und 'synthetisch' möchte ich nicht der allgemeinen, recht komplizierten und später von CARNAP selbst geänderten Begriffsbildung folgen, sondern die Begriffe nur für die spätere Anwendung verständlich machen.

Zunächst wird erklärt, was eine P-Sprache ist ([7], p. 133/34): "Wir haben früher ... nur solche Umformungsbestimmungen aufgestellt, die man bei inhaltlicher Deutung als logisch mathematisch begründet auffassen kann. Dasselbe gilt für die meisten bisher aufgestellten symbolischen Sprachen. Man kann jedoch auch eine Sprache mit außerlogischen Umformungsbestimmungen aufstellen. Besonders naheliegend erscheint es, unter die Grundsätze auch sogenannte Naturgesetze aufzunehmen, d.h. allgemeine Sätze der Physik (,Physik' hier im weitesten Sinne verstanden). ... Wir wollen der Kürze wegen alle logisch-mathematischen Umformungsbestimmungen von S logische oder L-Bestimmungen nennen, alle übrigen physikalische oder P-Bestimmungen. ... Enthält (eine Sprache) S nur L-Bestimmungen ..., so nennen wir S eine L-Sprache; andernfalls eine P-Sprache. Unter der L-Teilsprache von S wollen wir diejenige Teilsprache von S verstehen, die dieselben Sätze besitzt wie S, aber als Umformungsbestimmungen nur die L-Bestimmungen von S."

drei anderen Modalitäten zu geben, für ,logisch-(bzw.real-) möglich', ,-notwendig', ,-zufällig'."

Bezüglich der Notwendigkeit hat man also zu unterscheiden zwischen (i) der logischen Notwendigkeit: 11a. A ist logisch-notwendig. und (ii) der realen Notwendigkeit: 12a. A ist real-notwendig.

11a entspricht dem obigen 3a und ist metasprachlich wiederzugeben durch ",A' ist analytisch", 12a dagegen je nach Interpretation durch

12 c₁. ,A' ist gültig. oder

12 c₂. ,A' ist P-gültig.

Als Beispiel betrachte man den Satz R "Wenn B ein Körper aus massivem Eisen ist, dann schwimmt B nicht auf dem Wasser" innerhalb einer P-Sprache S, in der neben logischen Umformungsbestimmungen auch die Gesetze der klassischen Mechanik incl. Hydrodynamik als 'physikalische Umformungsbestimmungen' enthalten sind. Dann ist R in S zwar gültig, aber nicht L-gültig; der Satz ist P-gültig, also synthetisch und nicht analytisch. R ist demnach real-notwendig, aber nicht logisch-notwendig.

Ich möchte den kurzen Einblick in einige Ideen von CARNAP abschließen mit einem bemerkenswerten Zitat ([7], p.200):

"Auch wenn man für die Aufstellung einer Modalitätslogik nicht die syntaktische, sondern die bisher übliche (axiomatische bzw. 'modalitätslogische') Methode verwenden will, kann die Einsicht, daß diese Methode quasi-syntaktisch ist, über manche Unsicherheiten hinweghelfen. Diese zeigten sich z.B. hie und da darin, daß man von einsichtigen Axiomen ausgehen wollte, aber über die Einsichtigkeit gewisser Sätze nicht ins klare kommen konnte; es kam sogar vor, daß Sätze, die man einzeln für einsichtig hielt, sich später als unverträglich herausstellten. Sobald man aber sieht, daß die Modalitätsbegriffe - auch wenn sie quasi-syntaktisch formuliert werden - syntaktische Zusammenhänge betreffen, erkennt man ihre Relativität: sie sind jeweils auf eine bestimmte Sprache zu beziehen ... Damit verschwinden die Probleme der Einsichtigkeit absoluter Beziehungen zwischen den Modalitätsbegriffen."

Mit anderen Worten: CARNAP bestreitet, daß es "absolut wahre" Beziehungen zwischen modalen Sätzen gibt; diese Beziehungen seien vielmehr abhängig von der jeweiligen (Objekt-)Sprache. Inzwischen [30] konnte aber bewiesen werden, daß sich die modalen Beziehungen einer Metasprache in einem gewissen Sinn bei einer Variation der Objektsprache nicht ändern.

Von den Ideen CARNAPs sollten zwei Punkte festgehalten werden:

1.) Der Begriff "notwendig" läßt sich metasprachlich durch eine Folgerung ausdrücken:

A ist notwendig \Leftrightarrow 'A' ist aus jeder Klasse von Sätzen ableitbar (symbolisch: $\forall W W \vdash A$)

2.) Man hat zwischen logischer und realer Notwendigkeit zu unterscheiden je nachdem, ob man nur logische oder auch empirisch begründete Folgerungen zuläßt.

Während die erste dieser Ideen über BECKER [10] die Arbeiten von LORENZEN ([11], [15]) grundlegend beeinflusste, wurde die zweite Idee erst in jüngster Zeit [31] wieder aufgegriffen und in den Aufbau der Metalogik zur Quantenlogik mit einbezogen (vgl. [20], [30]). Leider ist CARNAP selbst in seinem späteren Werken ([8], [32]) nicht mehr auf die reale Notwendigkeit eingegangen; dies dürfte mit seiner ^{stärkeren} ~~grundlegenden~~ Kritik am Kausalbegriff in den Naturwissenschaften zusammenhängen, wie sie bei den Neopositivisten des Wiener Kreises üblich war. CARNAPs diesbezügliche vorkantische, an HUME orientierte Einstellung ließ keine reale Notwendigkeit als sinnvollen Begriff zu (vgl. [32], S. 198; vgl. auch WITTGENSTEIN [3], 6.3 f., insbes. 6.37: "...Es gibt nur eine logische Notwendigkeit.")

III.1. Notwendigkeit als synthetisches a priori

In den Philosophischen Untersuchungen [9] versuchte WITTGENSTEIN mit Hilfe von Sprachspielen Beziehungen zwischen Realität und Begriffen, die Sachverhalte in dieser Realität bezeichnen sollen, herzustellen; diese Beziehungen waren im Tractatus [3] als gegeben vorausgesetzt worden.

Ohne explizit WITTGENSTEIN zu erwähnen, entwickelte SELLARS [13] in den 50er Jahren ähnliche Ideen: Bevor man überhaupt irgendeine Betrachtung von Sachverhalten in der Realität beschreiben kann, muß durch einen Lernprozeß ein Begriffsrahmen ("conceptual frame") gebildet sein, der die Beziehung zwischen abstraktem Begriff (Name, Prädikat) und realem Sachverhalt (Individuum, Gegenstand) festlegt. Hierbei verdienen zwei Punkte besondere Beachtung:

- a) Ein fortschreitender Lernprozeß kann zur Änderung eines bereits entwickelten Begriffsrahmens zwingen.
- b) Innerhalb eines gegebenen Begriffsrahmens können Sätze gebildet werden, die weder logisch noch empirisch wahr, sondern wahr "ex vi terminorum" sind, z.B.

"Wenn etwas die Farbe scharlach hat, hat es die Farbe rot."

Dieser Satz ist wahr aufgrund des Begriffsrahmens, der eine notwendige Voraussetzung für empirische Betrachtungen der Natur, etwa im Sinne der Physik, ist.

Genau solche Sätze, die wahr ex vi terminorum sind, werden von SELLARS "synthetisch a priori" genannt; dieser auf rein linguistischen Überlegungen basierender Einschränkung von "synthetisch a priori" wird ein Philosoph wohl kaum zustimmen können.

Wahrheit ex vi terminorum ist nach SELLARS sinngleich mit Notwendigkeit, Unabhängigkeit von der Erfahrung (nach Vorliegen des Begriffsrahmens!) und Sicherheit des Wissens. Dabei wird zwischen einer "intra-konzeptualen" Notwendigkeit, die auf einen gegebenen Begriffsrahmen Bezug nimmt, und einer "extra-konzeptualen" Notwendigkeit unterschieden; letztere liegt vor, wenn die Wahrheit ex vi terminorum auch in jedem anderen Begriffsrahmen gilt.

Literatur

- [1] Whitehead, A.N. - Russel, B.A.W.: Principia Mathematica, 1. Aufl.; Cambridge 1910/13
- [2] Lewis, C.I.: Implication and the algebra of logic; Mind N.S., 21 (1912), pp. 522-531
- [3] Wittgenstein, L.: Logisch-philosophische Abhandlung (Tractatus logico philosophicus); Annalen der Naturphilosophie, 14 (1921)
- [4] Heidegger, M.: Sein und Zeit, 1. Hälfte; Halle 1927 (Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung, 8)
- [5] Becker, O.: Zur Logik der Modalitäten; Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung, 11 (1930), pp. 497-548
- [6] Gödel, K.: Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls; Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums, 4 (1932), pp. 39-40
- [7] Carnap, R.: Logische Syntax der Sprache; Wien 1934
- [8] Carnap, R.: Meaning and necessity; Chicago 1947
- [9] Wittgenstein, L.: Philosophische Untersuchungen; Oxford 1953
- [10] Becker, O.: Untersuchungen über den Modalkalkül; Meisenheim am Glan 1952
- [11] Lorenzen, P.: Zur Begründung der Modallogik; Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung, 2 (1954), pp. 15-28 (= Archiv für Philosophie, 5 (1954), pp. 95-108)
- [12] Mittelstaedt, P.: Quantenlogik; Fortschritte der Physik, 9 (1961), pp. 106-147
- [13] Sellars, W.: Science, Perception and Reality; New York 1963
- [14] Kripke, S.A.: Semantical analysis of logic I, normal propositional calculi; Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik, 9 (1963), pp. 67-96
- [15] Lorenzen, P. - Schwemmer, O.: Konstruktive Logik, Ethik und Wissenschaftstheorie; Mannheim 1972
- [16] Dishkant, H.: Semantics of the minimal logic of Quantum Mechanics; Studia Logica, XXX (1972), pp. 23-30
- [17] Goldblatt, R.I.: Semantical Analysis of Orthologic; Journal of Philosophical Logic, 3 (1974), pp. 19-35
- [18] van Fraassen, B.C.: Meaning Relations and Modalities; Nous, 3 (1969), pp. 155-167
- [19] Dalla Chiara, M.L.: Quantum Logic and Physical Modalities; Journal of Philosophical Logic, 6 (1977), pp. 391-404
- [20] Mittelstaedt, P.: The Modal Logic of Quantum Logic; Journal of Philosophical Logic, 8 (1979), pp. 479-504
- [21] Burghardt, F.J.: Modalities and Quantum Mechanics; unveröffentl. Manuskript (1981)

- [22] van Fraassen, B.C.: A Modal Interpretation of Quantum Mechanics; unveröffentl. Manuskript (1979)
- [23] Hughes, G.E. - Cresswell, M.J.: An Introduction to Modal Logic; London 1968
- [24] Lewis, C.I. - Langford, C.H.: Symbolic Logic; New York 1932
- [25] Rautenberg, W.: Klassische und nichtklassische Aussagenlogik; Braunschweig-Wiesbaden 1979
- [26] Aristoteles: Peri hermeneias, Kap. IX/XII
- [27] Leibniz, G.W.: Theodizee, I.8
- [28] Mittelstaedt, P.: Quantum Logic; Dordrecht 1978
- [29] Weingartner, P.: Die Fraglichkeit der ExtensionalitätsThese und die Probleme einer intensionalen Logik; Jenseits von Sein und Nichtsein (Hrsg.: R. Haller), Graz 1972; p. 127-178
- [30] Burghardt, F.J.: Modal Quantum Logic and Its Dialogic Foundation; Intern. Journal of Theoretical Physics, 19 (1980), p. 843-866
- [31] Burghardt, F.J.: Modale Quantenmetalogik mit dialogischer Begründung; Dissertation, Köln 1979
- [32] Carnap, R.: Einführung in die Philosophie der Naturwissenschaft, 3. Aufl.; München 1976 (Originalausg.: Philosophical Foundation of Physics; New York 1966)